

XI Олимпиада по математике для школьников  
ФГБОУ ВО “МГУ им. Н.П. Огарёва”  
(2020–2021 учебный год)

**10 класс**

**Задача 10.1.** Дима рассчитал, что он сможет хорошо подготовиться к математической олимпиаде Мордовского университета, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 7–8 задач и уже за 5 дней до олимпиады решил на 16 задач больше, чем планировал первоначально. Сколько задач решил Дима?

**Задача 10.2.** Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника находится на оси  $x$ , а вершина прямого угла – в точке  $(1; 2)$ . Найти уравнение описанной окружности данного треугольника.

**Задача 10.3.** Найти все целые значения  $x$ , при которых выражение  
$$x^2 - 3x + 4$$
будет квадратом целого числа.

**Задача 10.4.** Найти расстояние от шестиугольного сечения куба с ребром  $a$ , до центра куба, если все диагонали сечения пересекаются в одной точки.

**Задача 10.5.** Решить уравнение:

$$\sin x (1 + \sin^2 x)(1 + \sin^4 x) + \cos x (1 + \cos^2 x)(1 + \cos^4 x) = 0.$$

**Задача 10.6.** Известно, что 10 школьников 10 класса получили дипломы 1, 2 и 3 степеней математической олимпиады. Подсчитайте количество возможных вариантов распределения дипломов среди них.